

TRIGONOMETRIJSKE JEDNADŽBE – radni materijal br.16

□ Trigonometrijske jednadžbe su jednadžbe koje sadrže trigonometrijske funkcije nepoznatog kuta.

□ Oblici trigonometrijskih jednadžbe:

1. osnovne

2. jednadžbe koje se svode na algebarske

3. homogene

4. linearne



A. OSNOVNE TRIGONOMETRIJSKE JEDNADŽBE

a. $4 \sin^2 x - 1 = 0$

d. $\sin^2 x + \sin x = 0$

b. $\sin x + \sin 3x = 0$

e. $\sin x + \sin 4x = 0$

c. $\sin x \cos 4x = \sin 5x$

f. $\sin 3x = \cos 5x$

B. JEDNADŽBE KOJE SE SVODE NA ALGEBARSKJE

a. $2 \cos^2 x - 7 \cos x + 3 = 0$

c. $3 \operatorname{tg}^2 x - 16 \operatorname{tg} x + 3 = 0$

b. $\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 x - 4 \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$

d. $8 \cos^2 x - \sin^2 x = 2$

C. HOMOGENE KVADRATNE JEDNADŽBE $\Rightarrow a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$

a. $\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$

c. $2 \sin^2 x + 5 \sin x \cos x + \cos^2 x - 4 = 0$

b. $2 \sin^2 4x + 4 \sin 4x \cos 4x - 4 \cos^2 4x = 1$

d. $3 \sin^2 2x + \sin 4x - 5 \cos^2 x = 0$

D. LINEARNE JEDNADŽBE $a \sin x + b \cos x = c$. Nakon uvođenja univerzalne zamjene, svode

se na oblik $(b+c) \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} - 2a \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c - b = 0$ uz uvjet $c^2 \leq a^2 + b^2$

Ako je $c = 0 \Rightarrow a \sin x + b \cos x = 0$ (homogene linearne jednadžbe)

1. $2 \sin x + 5 \cos x = 4$

5. $\sin 2x + 4 \cos 2x = 3$

2. $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 0$

6. $\sin x - 3 \cos x = 1$

3. $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$

7. $\sin x + 7 \cos x + 7 = 0$

4. $2 \cos x - \sqrt{3} \sin x = 0$

8. $3 \sin 2x + 2 \cos 2x = 3$

Univerzalna zamjena

$$\sin x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$$

$$\cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$$

simetrične jednadžbe $a(\sin x + \cos x) + b \sin x \cos x + c = 0$ se nakon uvođenja supstitucije

svode na kvadratnu te dvije linearne trigonometrijske jednadžbe.

9. $\sin x + \cos x - 3 \sin x \cos x - 1 = 0$

10. $2 \sin x \cos x - \sin x - \cos x = 1$

11. $\sin 2x + \cos 2x = 1 + \sin 4x$

Supstitucija:

$$\sin x + \cos x = u$$

$$\sin x \cos x = \frac{u^2 - 1}{2}$$